Prof. J. Křetínský
M. Weininger, T. Meggendorfer

Technische Universität München

HANDSCHRIFTLICHE ABGABE **5+1 Punkte**

Abgabefrist: Montag, 02.07.2018, 10 Uhr

Einführung in die theoretische Informatik

Sommersemester 2018 – Hausaufgabenblatt 11

Handschriftliche Abgabe

Formale Kriterien zu handschriftlichen Abgaben entnehmen Sie bitte der Website `https://www7.in.tum.de/um/courses/theo/ss2018/homework/`.

AUFGABE 11.1. (*Infixe von CFLs*) 1 Punkt

Sei $\Sigma = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}$. Ein Wort $v \in \Sigma^*$ ist ein *Infix* von einem Wort $w \in \Sigma^*$, wenn es $u, x \in \Sigma^*$ gibt, sodass $w = uvx$. Die Menge aller Infixe einer Sprache L ist definiert als $\{v \mid \exists u, x \in \Sigma^* : uvx \in \mathsf{L}\}$.

Geben Sie ein Beispiel einer nicht-regulären, kontextfreien Sprache L, sodass die Menge aller Infixe von L **nicht** regulär ist und begründen Sie Ihre Wahl.
Hinweis: Für die Sprache $\mathsf{L} = \{\mathsf{a}^n\mathsf{b}^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ ist die Menge ihrer Infixe $\{v \mid \exists u, x \in \Sigma^* : uvx \in \mathsf{L}\} = \mathsf{L}(\mathsf{a}^*\mathsf{b}^*)$, und folglich regulär.

AUFGABE 11.2. (*Vereinigung von TMs*) 1 Punkt

Gegeben seien zwei beliebige TMs M_1 und M_2. Beschreiben Sie **formal** ein Vorgehen, um eine TM $\mathsf{M}_\cup = (\mathsf{Q}_\cup, \Sigma_\cup, \Gamma_\cup, \delta_\cup, init_\cup, \Box_\cup, \mathsf{F}_\cup)$ zu konstruieren, sodass $\mathsf{L}_\mathsf{F}(\mathsf{M}_\cup) = \mathsf{L}_\mathsf{F}(\mathsf{M}_1) \cup \mathsf{L}_\mathsf{F}(\mathsf{M}_2)$.

AUFGABE 11.3. (*WHILE-Programme*) 1 Punkt

Ein WHILE-Programm, das keine Schleifen enthält (also nur Addition, Differenz, Konkatenation von Anweisungen und IF-THEN-ELSE-Blöcke), nennt man *simpel*.
Zeigen Sie, dass es zu jedem WHILE-Programm mit nur einer Variablen, das eine totale Funktion berechnet, ein simples WHILE-Programm gibt, das dieselbe Funktion berechnet.
Hinweis: Entgegen der Konvention der VL wird für ein WHILE-Programm mit nur einer Variablen diese als Ein- und Ausgabe verwendet. Außerdem sind Zuweisungen der Form $X := C$ erlaubt.

AUFGABE 11.4. (*Entscheidbarkeit*) 2+1 Punkte

Geben Sie für jedes der folgenden Probleme an, ob es entscheidbar, semi-entscheidbar oder unentscheidbar ist (alle zutreffenden Begriffe).
Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie einen entsprechenden Entscheidungsalgorithmus bzw. eine Reduktion von einem unentscheidbaren Problem angeben.

(a) Gegeben eine TM M, entscheide, ob sie mindestens 314 unterschiedliche Symbole im Bandalphabet hat.
(b) Gegeben eine TM M, entscheide, ob ein Wort w existiert, sodass $w \in \mathsf{L}_\mathsf{F}(\mathsf{M})$.