# Einführung in die theoretische Informatik

Sommersemester 2018 – Hausaufgabenblatt 4

**Handschriftliche Abgabe**

Formale Kriterien zu handschriftlichen Abgaben entnehmen Sie bitte der Website `https://www7.in.tum.de/um/courses/theo/ss2018/homework/`.

**AUFGABE 4.1.** (*Verknüpfen von Sprachen*) 1 Punkt

Gegeben seien die regulären Sprachen $\mathsf{A}$ und $\mathsf{B}$ sowie die kontextsensitive Sprache $\mathsf{C}$. Zeigen Sie, dass

$$\mathsf{L} = ((\mathsf{A}\emptyset) \cap \mathsf{C}) \cup (\mathsf{B} \cap \overline{A})^*$$

eine reguläre Sprache ist.

**AUFGABE 4.2.** (*Rekursive Prozeduren und strukturelle Induktion*) 2 Punkte

Wir bezeichnen mit $w_i$ den $i$-ten Buchstaben in $w$, wobei wir mit $w_1$ beginnen, z.B. $\mathsf{abca}_2 = \mathsf{b}$ und $\mathsf{abca}_4 = \mathsf{a}$.

(a) Definieren Sie eine rekursive Prozedur $f\colon \mathsf{RE} \times \Sigma \mapsto \mathbb{B}$ sodass für ein beliebiges $\mathsf{a} \in \Sigma$ und alle regulären Ausdrücke $\mathsf{r}$ gilt:

$$f(\mathsf{r}, \mathsf{a}) \Leftrightarrow \exists w \in \mathsf{L}(\mathsf{r}), 1 \leq i \leq |w| : w_i = \mathsf{a}$$

Beispielsweise ist $f((\emptyset\mathsf{a}|\mathsf{b})^*, \mathsf{a}) = \mathsf{false}$.

(b) Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Prozedur mit struktureller Induktion.

**Hinweis:** Sie dürfen dabei die auf Übungsblatt 4 definierte Prozedur *iszero* verwenden.

**AUFGABE 4.3.** (*Pumping Lemma*) 2 Punkte

Zeigen Sie mithilfe des Pumping Lemmas, dass die Sprache $\mathsf{L} = \{\mathsf{a}^x\mathsf{b}^y \mid x \cdot 2 < y\}$ nicht regulär ist.