Einführung in die theoretische Informatik

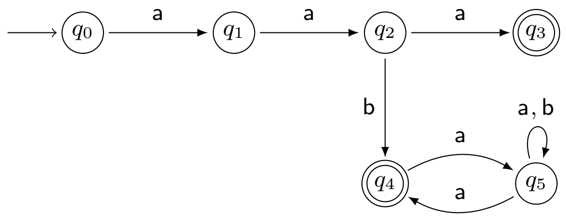
Sommersemester 2018 – Hausaufgabenblatt 2

Handschriftliche Abgabe

Formale Kriterien zu handschriftlichen Abgaben entnehmen Sie bitte der Website `https://www7.in.tum.de/um/courses/theo/ss2018/homework/`.

AUFGABE 2.1. (*Potenzmengenkonstruktion*) 1 Punkt

Gegeben sei der NFA $\mathsf{N} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}, \delta, q_0, \{q_3, q_4\})$:



Determinisieren Sie den NFA N mittels der Potenzmengenkonstruktion und geben Sie den resultierenden DFA **bildlich** an.

AUFGABE 2.2. (*NFA aus Grammatik*) 1 Punkt

Gegeben sei die Grammatik $\mathsf{G} = (\{\mathsf{S}, \mathsf{X}, \mathsf{Y}, \mathsf{Z}\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}, \mathsf{P}, \mathsf{S})$ mit

$$\mathsf{P} : \mathsf{S} \to \mathsf{a} \mid \mathsf{b} \mid \mathsf{c} \mid \mathsf{aX} \mid \mathsf{bY} \qquad \mathsf{X} \to \mathsf{bS} \mid \mathsf{cY} \qquad \mathsf{Y} \to \mathsf{aS} \mid \mathsf{c} \qquad \mathsf{Z} \to \mathsf{aZ} \mid \mathsf{bZ}$$

Übersetzen Sie G (gemäß Satz 3.11) in einen NFA N, so dass $\mathsf{L}(\mathsf{G}) = \mathsf{L}(\mathsf{N})$. Geben Sie N **bildlich** an.

AUFGABE 2.3. (*Chomsky-Hierarchie*) 1 Punkt

Eine alternative Version der Definition der Chomsky-Hierarchie erlaubt für Typen 1-3 die Produktion $\mathsf{S} \to \varepsilon$ nur dann, wenn S auf keiner rechten Seite einer Produktion steht, d.h. $\mathsf{S} \to \varepsilon$ ist nicht in der Menge der Produktionen oder für alle Produktionen $\alpha \to \beta$ gilt $\mathsf{S} \notin \beta$. So ist z.B. die Grammatik $\mathsf{G} = (\{\mathsf{S}\}, \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}, \mathsf{P}, \mathsf{S})$ mit $\mathsf{P} : \mathsf{S} \to \mathsf{aS} \mid \mathsf{bS} \mid \varepsilon$ nach Definition der Vorlesung Typ 3, nach der alternativen Definition aber nicht.
Konstruieren Sie eine Grammatik G', die dieselbe Sprache erzeugt wie G, aber auch die zusätzliche Bedingung der alternativen Definition erfüllt. Beschreiben Sie dann ein allgemeines Vorgehen, um aus einer Typ 3 Grammatik eine Grammatik zu erzeugen, die die zusätzliche Bedingung erfüllt.

AUFGABE 2.4. (*Induktion*) 2 Punkte

Sei $\Sigma = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}$. Wir bezeichnen mit w^R die Spiegelung von w, z.B. $(abb)^R = bba, \varepsilon^R = \varepsilon$
Gegeben sind die Sprache $\mathsf{L} = \{ww^R \mid w \in \{\mathsf{a}, \mathsf{b}\}^+\}$ und die Grammatik $\mathsf{G} = (\{\mathsf{S}\}, \Sigma, \mathsf{P}, \mathsf{S})$ mit

$$\mathsf{P} : \mathsf{S} \to \mathsf{aSa} \mid \mathsf{bSb} \mid \mathsf{aa} \mid \mathsf{bb}$$

Zeigen Sie durch Induktion, dass $\mathsf{L} = \mathsf{L}(\mathsf{G})$.
Halten Sie sich in Ihrer Induktion an das folgende Schema:

Induktionsbasis: [Beweisen der Basisfälle]
Induktionsschritt: Sei $n \in \mathbb{N}$ (oder auch $\mathbb{N}_0$ o.ä.) beliebig aber fixiert.
 Induktionshypothese: [Aussage gilt in Abhängigkeit von n]
 Induktionsbehauptung: [Aussage gilt in Abhängigkeit von $n + 1$]
 Induktionsbeweis: [Beweis, dass die Induktionshypothese die Induktionsbehauptung impliziert]

Verletzen des Schemas wird mit 0 Punkten bewertet. Ein Wiederholen der schematischen Anweisung wird ebenfalls mit 0 Punkten bewertet (z.B. als Induktionsbehauptung "Aussage gilt für $n + 1$").