

**Einführung in die theoretische Informatik**  
Sommersemester 2017 – Übungsblatt 9

**Übungsblatt**

Wir unterscheiden zwischen Übungs- und Abgabebblättern. Auf diesem *Übungsblatt* finden Sie eine Übersicht über die Kernaspekte, die Sie in Kalenderwoche 26 in den Tutorien diskutieren, üben und vertiefen. Die Aufgaben auf diesem Blatt dienen dem Üben und Verstehen des Vorlesungsstoffes, sowie dem *eigenständigen Erarbeiten* der Kernaspekte. Außerdem sollen Ihnen diese Aufgaben auch helfen, ein Gefühl dafür zu bekommen, was Sie inhaltlich in der Klausur erwartet. Klausuraufgaben können jedoch deutlich von den hier gestellten Aufgaben abweichen. Abschreiben und Auswendiglernen von Lösungen wird Ihnen daher keinen dauerhaften Erfolg in der Vorlesung bringen. Fragen zu den Übungsblättern können Sie montags bis donnerstags von 12 Uhr bis 14 Uhr in der *THEO-Sprechstunde* in Raum 03.11.034 stellen.

**Kernaspekte**

- K9.1 Übersetzungen zwischen CFG und PDA
- K9.2 Abschlusseigenschaften von CFL und DCFL
- K9.3 Unterschied von  $L_\varepsilon(A)$  und  $L_F(A)$  auf DPDAs.

**AUFGABE 9.1.** ( $CFG \longleftrightarrow PDA$ )

Stufe C

Wie Sie in der Vorlesung gesehen haben, können kontextfreie Grammatiken und Pushdown-Automaten sich gegenseitig simulieren. Wir üben nun diese Übersetzungen zwischen CFG und PDA.

- (a) Überführen Sie die folgende CFG  $G = (\{S\}, \{a, b, c\}, P, S)$  mithilfe von Satz 4.57 in einen PDA  $M$  mit  $L_\varepsilon(M) = L(G)$ :

$$S \rightarrow SS \mid aSb \mid bSa \mid c$$

- (b) Übersetzen Sie den folgenden PDA  $M = (\{q, p\}, \{l, n, x, y, a, o, r\}, \{X, Y, Z, [YXZ], [YXZ], [XZ]\}, q, X, \delta)$  in eine CFG  $G$  mit  $L_\varepsilon(M) = L(G)$ , wobei  $\delta$  definiert ist durch:

$$qX \xrightarrow{l} qX[YXZ] \quad q[YXZ] \xrightarrow{\varepsilon} pY[XZ] \quad q[XZ] \xrightarrow{\varepsilon} qXZ \quad qX \xrightarrow{n} qX \quad qX \xrightarrow{x,y} q\varepsilon \quad pY \xrightarrow{a,o} q\varepsilon \quad qZ \xrightarrow{r} q\varepsilon$$

*Notation:*  $pX \xrightarrow{a} qYZ$  steht kurz für  $(q, YZ) \in \delta(p, a, X)$ .

**AUFGABE 9.2.** (*Deterministische DPDAs*)

Stufe D

In der Vorlesung haben Sie Lemma 4.68 ohne Beweis gesehen:

Sei  $L \subseteq \Sigma^*$ . Dann sind äquivalent:

- (a) Es gibt einen DPDA  $D$  mit  $L_\varepsilon(D) = L$
- (b) Es gibt einen DPDA  $D'$  mit  $L_F(D') = L$  **und** kein Wort aus  $L$  ist ein echter Präfix von einem anderen Wort aus  $L$ .

Zeigen Sie diese Äquivalenz.

**AUFGABE 9.3.**

Stufe D

Wir beschränken die Größe des Kelleralphabets  $\Gamma$  von PDAs und zeigen, dass jede kontextfreie Sprache von einem PDA mit  $|\Gamma| = 2$  erkannt werden kann. Skizzieren Sie hierzu eine allgemeine Übersetzung von einem PDA mit  $|\Gamma| > 2$  zu einem PDA mit  $|\Gamma| = 2$  an, so dass beide Automaten die gleiche Sprache erkennen.

**AUFGABE 9.4.**

Stufe D

Wir beschränken die Kellerhöhe von PDAs auf maximal  $k$  Kellerzeichen und nennen diese PDAs *k-bounded-Stack-PDA*. Insbesondere kann ein solcher PDA keine PUSH-Operationen ausführen sollten danach mehr als  $k$  Symbole auf dem Stack liegen. Zeigen Sie, dass k-bounded-Stack-PDA genau die regulären Sprachen erkennen, indem Sie eine allgemeine Übersetzung von PDAs zu  $\varepsilon$ -NFA angeben.

**AUFGABE 9.5.** (*Komplementierung von DPDAs*)

Stufe E

Erarbeiten Sie zusammen mit Ihrem Tutor ein Verfahren zur Komplementierung von DPDAs.

**Hinweis:** Auf Blatt 7 der THEO (SS2015) finden Sie die nötigen Begriffe und Grundlagen.