Perlen der Informatik 2: Blatt 1

Javier Esparza

18. Juni 2014

1 Hausaufgaben

Problem 1.1 *Schubfachprinzip*

Geben Sie eine Familie F_n von SAT Formeln an die folgende Aussage formalisiert: Verteilt man $n+1$ Bälle auf n Körbe, so enthält mindestens einer der Körbe 2 Bälle.

Problem 1.2 *Multiplikation*

Geben Sie für zwei n-bit Zahlen x, y und eine $2n$-bit Zahl z eine SAT-Formel $\text{mult}(x, y, z)$ an die genau dann wahr wird, wenn $x \cdot y = z$ gilt.

Problem 1.3 *ILP*

Das Problem Integer Linear Programming (ILP) ist folgendes:
Eingabe: Eine Menge von Gleichungen der Form $a_1 \cdot x_1 + ... + a_n \cdot x_n = b$, $a_i \in \mathbb{Z}$.
Frage: Gibt es eine nicht-negative ganzahlige Lösung für $x_1, ..., x_n$ die alle Gleichungen erfüllt?

Reduzieren Sie SAT auf ILP. Welches Problem tritt bei der Reduktion von ILP nach SAT auf?

Problem 1.4 *Independent Set*

Das Problem Independent Set ist folgendes:
Eingabe: Ein Graph G und eine Zahl k.
Frage: Gibt es k Knoten in G zwischen denen keine Kanten existieren?

Reduzieren Sie Independent Set auf Vertex Cover und Vertex Cover auf Independent Set.

Problem 1.5 *Sudoku Performance*

Implementieren Sie ein einfaches Backtracking Verfahren um ein Sudoku zu lösen. Benutzen Sie die Reduktion auf SAT und vergleichen Sie die Laufzeit. Wiederholen Sie das Experiment für 4x4 Sudokus.

Problem 1.6 *Damenproblem Performance*

Implementieren Sie ein einfaches Backtracking Verfahren um das Damenproblem zu lösen. Benutzen Sie die Reduktion auf SAT und vergleichen Sie die Laufzeit.

2 Übungsaufgaben

Problem 2.1 *Chromatische Zahl*

Reduzieren Sie 3-Sat auf Chromatische Zahl, d.h. geben Sie eine Reduktion an die für jede 3-SAT Formel φ einen Graphen G und eine Zahl k angibt, so dass G genau dann k-färbbar ist wenn φ erfüllbar ist.

Problem 2.2 *3-dimensionales Matching*

Das Problem 3-dimensionales Matching ist folgendes:
Eingabe: Drei Mengen W, X, Y mit $|W| = |X| = |Y|$ und eine Menge $M \subseteq W \times X \times Y$.
Frage: Gibt es eine Teilmenge $M' \subseteq M$ in der jedes Element in $W \cup X \cup Y$ genau ein mal vorkommt.

a) Reduzieren Sie 3-dimensionales Matching auf SAT.

b) Reduzieren Sie SAT auf 3-dimensionales Matching. Gehen Sie dazu für einen gegebene Formel φ wie folgt vor:

- Benutzen Sie die Menge M_1 die für jede Klausel c_j mit Literal x_i das Triple $(x_i[j], c_{j1}, c_{j2})$ enthält. Was ist die Interpretation dieser Menge?
- Welche beiden Probleme treten bisher auf?
- Beschreiben Sie Mengen M_2 und M_3 um diese Probleme zu beheben so dass $M = M_1 \cup M_2 \cup M_3$ ein Matching enthält genau dann wenn φ erfüllbar ist.