

Mengendarstellung

Klausel: Menge von Literalen (Disjunktion).

$\{A, B\}$ stellt $(A \vee B)$ dar.

Formel: Menge von Klauseln (Konjunktion).

$\{\{A, B\}, \{\neg A, B\}\}$ stellt $((A \vee B) \wedge (\neg A \vee B))$ dar.

Block: Menge von Formeln.

Die leere Klausel ist äquivalent zu **false** oder **0**.

Die leere Formel ist äquivalent zu **true** oder **1**.

Das DPLL-Verfahren

- Entwickelt von Davis, Putman, Loveland und Logemann
- Basis der effizientesten SAT-solver.
- Regeln für die Transformation von Blöcken in Blöcken.
- Wenn B in B' transformiert wird, dann:

B enthält eine erfüllbare Formel



B' enthält eine erfüllbare Formel

- Eine Sequenz von Blöcken (eine **Herleitung**) wird mit Hilfe der Regeln erzeugt.
- Der erste Block enthält nur die Formel, deren Erfüllbarkeit entschieden werden soll.
- Die Formel ist erfüllbar gdw. ein Block erzeugt wird, der die leere Formel enthält.
- Die Formel ist unerfüllbar gdw. ein Block erzeugt wird, in dem jede Formel die leere Klausel enthält.

Die Regeln

Vereinfachende Regeln

- Reduzieren die Anzahl der Klauseln.
- Verschiedene Varianten des Verfahrens können einzelne Regeln weglassen oder andere hinzufügen.
- Diese Regeln alleine reichen fast nie aus, um Erfüllbarkeit nachzuweisen oder zu widerlegen.

Splitting-Regel

- Erhöht die Anzahl der Formeln.
- Garantiert die Vollständigkeit des Verfahrens.

Vereinfachende Regeln

- **One-literal-Regel:**

Sei F eine Formel der Form $F = F' \cup \{L\}$. Streiche alle Klausel von F , die L enthalten. Streiche alle Vorkommnissen von \bar{L} in den noch vorhandenen Klauseln.

- **Pure-literal-Regel:**

Sei F eine Formel, die mindestens eine Klausel mit einem Literal L und keine Klausel mit dem Literal \bar{L} enthält. Streiche alle Klausel von F , die L enthalten.

- **Subsumption-Regel:**

Wenn eine Formel zwei Klausel K, K' enthält mit $K \subseteq K'$, streiche K' von F .

- **Bereinigungsregel:**

Streiche alle Klausel der Form $K = K' \cup \{L, \bar{L}\}$.

Splitting-Regel

Wähle eine atomare Variable A_i , die in einer Formel F vorkommt.
Ersetze F durch $F \cup \{A_i\}$ und $F \cup \{\neg A_i\}$.

Erhöht die Anzahl der Formeln im Block um 1.

Herleitungen

- Eine **Herleitung** aus einer Formel F ist eine Sequenz $\{F\}, B_1, B_2 \dots$ von Blöcken, die mit Hilfe der Regeln konstruiert wird.
- Eine Herleitung ist **maximal**, wenn sie nicht erweitert werden kann.
- Eine Herleitung ist **nicht-erfüllend**, wenn sie mit einem Block endet, in dem jede Formel die leere Klausel enthält.
- Eine Herleitung ist **erfüllend**, wenn sie mit einem Block endet, der die leere Formel enthält.

Korrektheit des Verfahrens

Lemma: Sei $B_0 = \{F\}, B_1, \dots, B_n$ eine Herleitung von F . B_i enthält eine erfüllbare Formel gdw. B_{i+1} enthält eine erfüllbare Formel.

Lemma: Sei F eine erfüllbare Formel. Jede maximale Herleitung von F ist erfüllend.

Lemma: Sei F eine erfüllbare Formel. Jede maximale Herleitung aus F ist nicht erfüllend.