

## Übung zu Logik

Bearbeiten Sie diese Aufgaben bis zur nächsten Übung am Freitag, 26. Oktober, um 12 Uhr. Die Lösungen werden in der Übung besprochen.

### Aufgabe 1 *Syllogismen*

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns mit *Syllogismen*, die von Aristoteles eingeführt wurden. Welche der folgenden Syllogismen sind gültig? Begründen Sie Ihre Antwort oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- (a) Einige  $M$  sind nicht  $P$ , alle  $M$  sind  $S$ , dann gilt: einige  $S$  sind nicht  $P$ .
- (b) Kein  $P$  ist  $M$ , kein  $M$  ist  $S$ , dann gilt: einige  $S$  sind nicht  $P$ .
- (c) Alle  $M$  sind  $P$ , kein  $S$  ist  $M$ , dann gilt: kein  $S$  ist  $P$ .
- (d) Alle  $P$  sind  $M$ , kein  $S$  ist  $M$ , dann gilt: kein  $S$  ist  $P$ .

Argumentieren Sie mit Mengen und benutzen Sie folgende Formalisierungen:

1. "Alle  $X$  sind  $Y$ " bedeutet  $X \subseteq Y$ .
2. "Kein  $X$  ist  $Y$ " bedeutet  $X \cap Y = \emptyset$ .
3. "Einige  $X$  sind  $Y$ " bedeutet  $X \cap Y \neq \emptyset$ .
4. "Einige  $X$  sind nicht  $Y$ " bedeutet  $X \setminus Y \neq \emptyset$ .

Sie können auch hier mit Syllogismen experimentieren:  
<http://www.begriffslogik.de/online/aristo/index.html>

### Aufgabe 2 *Sudoku*

- (a) Wir betrachten erneut Sudoku, diesmal mit  $4 \times 4$  Quadraten. In jeder Spalte, jeder Zeile und in jedem der vier  $2 \times 2$ -Quadrate müssen alle Ziffern von 1 bis 4 *genau einmal* auftreten.

Unten sind drei Sudokus dieser Art gegeben. Füllen Sie die Quadrate so weit wie möglich aus. Gibt es eine Lösung? Ist die Lösung eindeutig? Nach welchen Regeln sind Sie beim Ausfüllen der Quadrate vorgegangen?

4	1			
3				
2		2	3	
1			2	
	A	B	C	D

4	1			
3	2			
2			2	1
1				
	A	B	C	D

4			3	
3		2		
2	1			
1				
	A	B	C	D

- (b) Das Computer-Spiel Minesweeper ist als Beigabe zu vielen Betriebssystemen bekannt. Das Spielfeld ist in Quadrate unterteilt, und auf manchen dieser Quadrate liegen Minen versteckt. Der Spieler muss alle Felder aufdecken, die frei von Minen sind; deckt er ein Feld auf, das eine Mine enthält, so hat er verloren. Wird ein Feld ohne Mine aufgedeckt, so bekommt man die Zahl der Minen zu sehen, die auf den acht Nachbarfeldern (links, rechts, oben, unten und diagonal) enthalten sind.

Unten sehen Sie den aktuellen Spielstand eines Minesweeper-Feldes. Von den mit \* markierten Felder ist bereits bekannt, dass sie eine Mine enthalten. Bereits aufgedeckte Felder enthalten die Zahl der Minen auf den Nachbarfeldern. Leere Felder sind noch nicht aufgedeckt worden.

6						*			1
5						*			2
4	1	1	1	1	3	*	3	3	*
3	0	0	0	0	1	2	2	3	
2	1	2	2	1	2	3	*	4	
1							*	3	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I

Finden Sie all die leeren Felder, bei denen Sie mittels logischer Schlussfolgerungen sicher sein können, dass sie eine Mine enthalten bzw. keine Mine enthalten. Können Sie diese Bestimmung bei allen Feldern vornehmen? Gibt es Fälle, in denen keine Lösung möglich ist? Nach welchen Regeln sind Sie jeweils vorgegangen?

- (c) Überlegen Sie sich, worin die Gemeinsamkeiten beim Lösen von Sudoku- und Minesweeper-Puzzles bestehen.

### Aufgabe 3    *Natürliche Sprache*

- (a) Betrachten Sie die folgenden drei Paare von Aussagen und vergleichen Sie den Gebrauch von logischen Begriffen wie “oder”, “wenn”, “alle” usf. Gibt es semantische Zweideutigkeiten?

- i) “Wenn es regnet, ist die Straße nass.”  
“Wenn man ein Verbrechen begeht, muss man ins Gefängnis.”
- ii) “Möchten Sie Tee oder Kaffee?”  
“Beim Fußball ist man nicht im Abseits, wenn man im Moment der Ballabgabe zwei gegnerische Spieler vor sich hat oder in der eigenen Hälfte steht.”
- iii) “Wenn alle an einem Strang ziehen, schaffen wir das Projekt.”  
“Wenn alle sich einen Karton nehmen, haben wir den Umzug schnell geschafft.”

(b) Überlegen Sie sich, welche der folgenden Aussagen gleichbedeutend sind.

- i) “Wenn alle mitmachen, schaffen wir es.”
- ii) “Wenn nicht alle mitmachen, dann schaffen wir es nicht.”
- iii) “Wenn wir es nicht schaffen, hat jemand nicht mitgemacht.”
- iv) “Wir machen jetzt alle mit, und dann schaffen wir es auch.”