



**Einführung in die Informatik 2**

Prof. Dr. Andrey Rybalchenko, M.Sc. Ruslán Ledesma Garza

Bearbeitungszeit : 15 min

---

Name, Vorname und Matrikelnummer (**Bitte leserlich schreiben!**)

---

Gruppe

**Aufgabe 12.1** [7 Punkte] **Strukturelle Induktion**

Sei  $X$  eine Menge. Betrachten Sie die Definitionen der Prozedur  $rev$  und  $@$ .

$$\begin{array}{l|l} rev : \mathcal{L}(X) \rightarrow \mathcal{L}(X) & @ : \mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X) \rightarrow \mathcal{L}(X) \\ rev\ nil = nil & nil @ ys = ys \\ rev (x :: xs) = rev\ xs @ [x] & (x :: xs) @ ys = x :: (xs @ ys) \end{array}$$

Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle Listen  $xs \in \mathcal{L}(X)$  die folgende Gleichung gilt:  
 $rev (rev\ xs) = xs$ . Verwenden Sie dabei das Distributivgesetz der Reversion:

$$\forall ys \in \mathcal{L}(X) \forall zs \in \mathcal{L}(X) : rev (ys @ zs) = rev\ zs @ rev\ ys .$$

**Lösungsvorschlag 12.1**

Induktion über  $xs \in \mathcal{L}(X)$ .

a)  $xs = nil$ :

$$\begin{aligned} rev (rev\ nil) &= rev\ nil && \text{Defn. } rev \\ &= nil && \text{Defn. } rev \end{aligned}$$

b)  $xs = x :: xs'$ : Vermuten Sie:  $rev (rev\ xs') = xs'$ .

$$\begin{aligned} rev (rev (x :: xs')) &= rev (rev\ xs' @ [x]) && \text{Defn. } rev \\ &= rev [x] @ rev (rev\ xs') && \text{Distributivgesetz} \\ &= rev [x] @ xs' && \text{I.H.} \\ &= [x] @ xs' && \text{Defn. } rev \\ &= x :: xs' && \text{Defn. } @ \end{aligned}$$

**Aufgabe 12.2** [8 Punkte] **Verstärkung der Korrektheitsaussage**

Betrachten Sie die folgende Funktion.

$$\begin{aligned} \text{fact} &\in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_+ \\ \text{fact}(a, 0) &= a \\ \text{fact}(a, x) &= \text{fact}(a * x, x - 1) \quad \text{falls } x > 0 \end{aligned}$$

Betrachten Sie die folgende Aussage:  $\forall x \in \mathbb{N} : \text{fact}(1, x) = x!$ . Finden Sie eine geeignete Verstärkung dieser Aussage und beweisen Sie die Gültigkeit der Verstärkung durch Induktion über  $x$ .

**Lösungsvorschlag 12.2**

Sei die Verstärkung:  $\forall x \in \mathbb{N} \forall a \in \mathbb{N}_+ : \text{fact}(a, x) = a * x!$ .

a)  $x = 0$ : Sei  $a \in \mathbb{N}_+$ .

$$\text{fact}(a, 0) = a$$

b)  $x = x' + 1$ : Vermuten Sie:  $\forall a \in \mathbb{N}_+ : \text{fact}(a, x') = a * x'!$ .

$$\begin{aligned} \text{fact}(a, x' + 1) &= \text{fact}(a * (x' + 1), x') && \text{Defn. fact} \\ &= (a * (x' + 1)) * x'! && \text{I.H.} \\ &= a * ((x' + 1) * x'!) \\ &= a * (x' + 1)! \end{aligned}$$

**Feedback** Die folgenden Fragen gehören nicht zum Test. Sie beeinflussen Ihre Punkte nicht, sondern dienen uns nur dazu, die Vorlesung einzuschätzen.

- a) Wie schwer finden Sie den Stoff der letzten Vorlesungswoche?  
 leicht     normal     schwierig     sehr schwierig
- b) Wie schwer würden Sie diesen Test finden *wenn Sie sich entsprechend vorbereitet haben*?  
 leicht     normal     schwierig     sehr schwierig
- c) Kommentare?