



Einführung in die Informatik 2

Prof. Dr. Andrey Rybalchenko, M.Sc. Ruslán Ledesma Garza

Bearbeitungszeit : 15 min

Name, Vorname und Matrikelnummer (**Bitte leserlich schreiben!**)

Gruppe

Aufgabe 12.1 [7 Punkte] **Strukturelle Induktion**

Sei X eine Menge. Betrachten Sie die Definitionen der Prozedur rev und $@$.

$$\begin{array}{l|l} rev : \mathcal{L}(X) \rightarrow \mathcal{L}(X) & @ : \mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X) \rightarrow \mathcal{L}(X) \\ rev\ nil = nil & nil @ ys = ys \\ rev (x :: xs) = rev\ xs @ [x] & (x :: xs) @ ys = x :: (xs @ ys) \end{array}$$

Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle Listen $xs \in \mathcal{L}(X)$ die folgende Gleichung gilt:
 $rev (rev\ xs) = xs$. Verwenden Sie dabei das Distributivgesetz der Reversion:

$$\forall ys \in \mathcal{L}(X) \forall zs \in \mathcal{L}(X) : rev (ys @ zs) = rev\ zs @ rev\ ys .$$

Lösungsvorschlag 12.1

Induktion über $xs \in \mathcal{L}(X)$.

a) $xs = nil$:

$$\begin{aligned} rev (rev\ nil) &= rev\ nil && \text{Defn. } rev \\ &= nil && \text{Defn. } rev \end{aligned}$$

b) $xs = x :: xs'$: Vermuten Sie: $rev (rev\ xs') = xs'$.

$$\begin{aligned} rev (rev (x :: xs')) &= rev (rev\ xs' @ [x]) && \text{Defn. } rev \\ &= rev [x] @ rev (rev\ xs') && \text{Distributivgesetz} \\ &= rev [x] @ xs' && \text{I.H.} \\ &= [x] @ xs' && \text{Defn. } rev \\ &= x :: xs' && \text{Defn. } @ \end{aligned}$$

Aufgabe 12.2 [8 Punkte] **Verstärkung der Korrektheitsaussage**

Betrachten Sie die folgende Funktion.

$$\begin{aligned} \text{fact} &\in \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}_+ \\ \text{fact}(a, 0) &= a \\ \text{fact}(a, x) &= \text{fact}(a * x, x - 1) \quad \text{falls } x > 0 \end{aligned}$$

Betrachten Sie die folgende Aussage: $\forall x \in \mathbb{N} : \text{fact}(1, x) = x!$. Finden Sie eine geeignete Verstärkung dieser Aussage und beweisen Sie die Gültigkeit der Verstärkung durch Induktion über x .

Lösungsvorschlag 12.2

Sei die Verstärkung: $\forall x \in \mathbb{N} \forall a \in \mathbb{N}_+ : \text{fact}(a, x) = a * x!$.

a) $x = 0$: Sei $a \in \mathbb{N}_+$.

$$\text{fact}(a, 0) = a$$

b) $x = x' + 1$: Vermuten Sie: $\forall a \in \mathbb{N}_+ : \text{fact}(a, x') = a * x'!$.

$$\begin{aligned} \text{fact}(a, x' + 1) &= \text{fact}(a * (x' + 1), x') && \text{Defn. fact} \\ &= (a * (x' + 1)) * x'! && \text{I.H.} \\ &= a * ((x' + 1) * x'!) \\ &= a * (x' + 1)! \end{aligned}$$

Feedback Die folgenden Fragen gehören nicht zum Test. Sie beeinflussen Ihre Punkte nicht, sondern dienen uns nur dazu, die Vorlesung einzuschätzen.

- a) Wie schwer finden Sie den Stoff der letzten Vorlesungswoche?
 leicht normal schwierig sehr schwierig
- b) Wie schwer würden Sie diesen Test finden *wenn Sie sich entsprechend vorbereitet haben*?
 leicht normal schwierig sehr schwierig
- c) Kommentare?