



Einführung in die Informatik II

Univ.-Prof. Dr. Andrey Rybalchenko, M.Sc. Ruslán Ledesma Garza

Dieses Blatt behandelt Kapitel 9.1 – 9.5 aus dem Buch zur Vorlesung. Lesen Sie diese Kapitel!

Aufgabe 9.2

Betrachten Sie die folgenden Definitionen.

$$\text{fac}' : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\text{fac}' x = \text{if } x = 0 \text{ then } 1 \text{ else } x \cdot \text{fac}'(x - 1)$$

$$\text{euclid} : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\text{euclid } (x, y) = \text{if } y = 0 \text{ then } x \text{ else euclid } (y, x \bmod y)$$

$$\text{gcd} : \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \rightarrow \mathbb{N}_+$$

$$\text{gcd } (x, x) = x$$

$$\text{gcd } (x, y) = \text{gcd } (x - y, y) \quad (\text{für } x > y)$$

$$\text{gcd } (x, y) = \text{gcd } (x, y - x) \quad (\text{für } x < y)$$

Bleiben die Wohlgeformtheitsbedingungen für die definierenden Gleichungen gültig, wenn man bei der Prozedur

- a) fac' den Argumentbereich zu \mathbb{N} verändert?
- b) euclid den Ergebnisbereich zu \mathbb{N}_+ verändert?
- c) gcd den Argumentbereich zu $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ und den Ergebnisbereich zu \mathbb{N} verändert?

Aufgabe 9.3 Betrachten Sie die Definitionen in Aufgabe 9.2 und die folgende Definition.

$$\text{fib} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\text{fib } n = \text{if } n < 2 \text{ then } n \text{ else fib}(n - 1) + \text{fib}(n - 2)$$

Geben Sie die Anwendungsgleichungen für die folgenden Anwendungen der Beispielprozeduren an:

- a) $\text{fib}(7)$
- b) $\text{euclid}(63, 35)$
- c) $\text{gcd}(35, 21)$

Aufgabe 9.6 Geben Sie Rekursionsfunktion der Prozedur fac' (Aufgabe 9.2) an.

Aufgabe 9.7 Geben Sie eine terminierende und baumrekursive Prozedur $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ an, die für jedes Argument das Ergebnis 0 liefert.

Aufgabe 9.9 Betrachten Sie die folgende Definition.

$$\text{fibT} : \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{T}(\mathbb{N})$$

$\text{fibT } n = \text{if } n < 2 \text{ then } (n, []) \text{ else } (n, [\text{fibT}(n-1), \text{fibT}(n-2)])$

Realisieren Sie die Prozedur `fibT` in Standard ML.

Aufgabe 9.10 Zu einer linear-rekursiven Prozedur $p : X \rightarrow Y$ kann man eine Prozedur $X \rightarrow \mathcal{L}(X)$ angeben, die für terminierende Argumente x von p die Rekursionsfolge für x und p liefert. Schreiben Sie eine solche Prozedur für `euclid` (Aufgabe 9.2). Realisieren Sie die Prozedur in Standard ML.

Aufgabe 9.13 Geben Sie die Rekursionsrelation der Prozedur `fac'` (Aufgabe 9.2) an.