TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

WS 11/12

Einführung in die Informatik II **Übungsblatt 9**

Univ.-Prof. Dr. Andrey Rybalchenko, M.Sc. Ruslán Ledesma Garza 10.01.2011

Dieses Blatt behandelt Kapitel 9.1 – 9.5 aus dem Buch zur Vorlesung. Lesen Sie diese Kapitel!

Aufgabe 9.2

Betrachten Sie die folgenden Definitionen.

$\text{fac}' : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$
$\text{fac}'\ x = \text{if } x = 0 \text{ then } 1 \text{ else } x \cdot \text{fac}'(x-1)$

$\text{euclid} : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
$\text{euclid}\ (x, y) = \text{if } y = 0 \text{ then } x \text{ else euclid } (y, x \bmod y)$

$\text{gcd} : \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \to \mathbb{N}_+$
$\text{gcd}\ (x, x) = x$
$\text{gcd}\ (x, y) = \text{gcd}\ (x - y, y) \quad (\text{für } x > y)$
$\text{gcd}\ (x, y) = \text{gcd}\ (x, y - x) \quad (\text{für } x < y)$

Bleiben die Wohlgeformtheitsbedingungen für die definierenden Gleichungen gültig, wenn man bei der Prozedur

a) *fac'* den Argumentbereich zu $\mathbb{N}$ verändert?

b) *euclid* den Ergebnisbereich zu $\mathbb{N}_+$ verändert?

c) *gcd* den Argumentbereich zu $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ und den Ergebnisbereich zu $\mathbb{N}$ verändert?

Lösungsvorschlag 9.2:

a) ok

b) nicht ok — $\text{euclid}(0, 0) = 0 \notin \mathbb{N}_+$

c) ok aber divergiert — $\text{gcd}(1, 0) = \text{gcd}(1 - 0, 0) = \ldots$

Aufgabe 9.3 Betrachten Sie die Definitionen in Aufgabe 9.2 und die folgende Definition.

$\text{fib} : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
$\text{fib}\ n = \text{if } n < 2 \text{ then } n \text{ else } \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2)$

Geben Sie die Anwendungsgleichungen für die folgenden Anwendungen der Beispielprozeduren an:

a) $\text{fib}(7)$

b) $\text{euclid}(63, 35)$

c) $\text{gcd}(35, 21)$

Lösungsvorschlag 9.3:

a) $\text{fib}(7) = \text{fib}(6) + \text{fib}(5)$

b) $\text{euclid}(63, 35) = \text{euclid}(35, 28)$

c) $\gcd(35, 21) = \gcd(14, 21)$

Aufgabe 9.6 Geben Sie Rekursionsfunktion der Prozedur fac' (Aufgabe 9.2) an.

Lösungsvorschlag 9.6:

$$\text{fac'} : \lambda\ n \in \mathbb{Z}.\ \text{if } n = 0 \text{ then } \langle\rangle \text{ else } \langle n-1 \rangle$$

Aufgabe 9.7 Geben Sie eine terminierende und baumrekursive Prozedur $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, die für jedes Argument das Ergebnis 0 liefert.

Lösungsvorschlag 9.7:

$$\begin{array}{ll} f\ n = 0 & \text{für } n = 0 \\ f\ n = f(n-1) + f(n-1) & \text{für } n > 0 \end{array}$$

Aufgabe 9.9 Betrachten Sie die folgende Definition.

$\text{fibT} : \mathbb{N} \to \mathcal{T}(\mathbb{N})$
$\text{fibT}\ n = \text{if } n < 2 \text{ then } (n, []) \text{ else } (n, [\text{fibT}(n-1), \text{fibT}(n-2)])$

Realisieren Sie die Prozedur fibT in Standard ML.

Lösungsvorschlag 9.9:

```
datatype rectree = Node of int * rectree list
fun fibT n =
  if n < 2 then Node (n, [])
  else Node (n, [fibT(n - 1), fibT(n - 2)])
```

Aufgabe 9.10 Zu einer linear-rekursiven Prozedur $p : X \to Y$ kann man eine Prozedur $X \to \mathcal{L}(X)$ angeben, die für terminierende Argumente x von p die Rekursionsfolge für x und p liefert. Schreiben Sie eine solche Prozedur für euclid (Aufgabe 9.2). Realisieren Sie die Prozedur in Standard ML.

Lösungsvorschlag 9.10:

```
fun f (x,y) = (x,y) :: (if y=0 then [] else f (y, x mod y))
```

Aufgabe 9.13 Geben Sie die Rekursionsrelation der Prozedur fac' (Aufgabe 9.2) an.

Lösungsvorschlag 9.13: $R = \{(n, n-1) \mid n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\}$