



Dieses behandelt Kapitel 10.4 und 10.5 aus dem Buch zur Vorlesung. Lesen Sie diese Kapitel!

**Aufgabe 10.15** Betrachten Sie die folgende Definition.

$$rev \in \mathcal{L}(X) \rightarrow \mathcal{L}(X)$$

$$rev \ nil = \ nil$$

$$rev \ (x :: xs) = rev \ xs \ @ \ [x]$$

Geben Sie für die Prozedur  $rev$  die Rekursionsfunktion, die Rekursionsrelation sowie eine natürliche Terminierungsfunktion an.

**Aufgabe 10.16** Sei  $X$  eine Menge. Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle Listen  $xs, ys \in \mathcal{L}(X)$  gilt:

a)  $| xs \ @ \ ys | = | xs | + | ys |$

b)  $| rev \ xs | = | xs |$

**Aufgabe 10.17** Sei  $X$  eine Menge. Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle Listen  $xs, ys \in \mathcal{L}(X)$  gilt:

a)  $xs \ @ \ nil = xs$

**Aufgabe 10.19** Listen lassen sich mit einer endrekursiven Prozedur reversieren, die die folgende Funktion berechnet:

$$revi \in \mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X) \rightarrow \mathcal{L}(X)$$

$$revi \ (xs, ys) = rev \ ys \ @ \ xs$$

Konstruieren Sie eine endrekursive Prozedur, die die Funktion  $revi$  berechnet und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Prozedur. Verwenden Sie dabei die Assoziativität der Konkatenation (Proposition 10.5).

**Aufgabe 10.20** Betrachten Sie die folgende Definition.

$$foldl \in (X \times Y \rightarrow Y) \times Y \times \mathcal{L}(X) \rightarrow Y$$

$$foldl \ (f, y, nil) = y$$

$$foldl \ (f, y, x :: xs) = foldl \ (f, f \ (x, y), xs)$$

Seien  $X, Y$  Mengen und  $f$  eine Funktion  $X \times Y \rightarrow Y$ . Beweisen Sie durch strukturelle Induktion über  $xs$ , dass gilt:

$$\forall y \in Y . \forall ys \in \mathcal{L}(X) . \forall xs \in \mathcal{L}(X) . foldl \ (f, y, xs \ @ \ ys) = foldl \ (f, foldl \ (f, y, xs), ys)$$

**Aufgabe 10.22** In §4.4 Haben Sie gelernt, dass Listen mit *foldl* reversiert werden können. Jetzt können Sie die Korrektheit dieses Vorgehens beweisen.

Sei  $X$  eine Menge und sei  $f$  die Funktion  $\lambda(x, xs) \in X \times \mathcal{L}(X) . x :: xs$ . Für die Korrektheit der Reversion mit *foldl* muss die Gültigkeit der Aussage  $\forall xs \in \mathcal{L}(X) . rev\ xs = foldl\ (f, nil, xs)$  gezeigt werden. Suchen Sie eine geeignete Verstärkung dieser Korrektheitsaussage und beweisen Sie die Gültigkeit der Verstärkung durch strukturelle Induktion über  $xs$ . Orientieren Sie sich an der Funktion *revi* aus Aufgabe 10.19.