



Einführung in die Informatik II

Prof. Dr. Andrey Rybalchenko, M.Sc. Ruslán Ledesma Garza

Dieses Blatt behandelt Kapitel 1.1 - 1.9 aus dem Buch zur Vorlesung!

Aufgabe 1.3 (Signum) Schreiben Sie ein Prozedur `signum : int → int`, die für negative Argumente -1, für positive Argumente 1 und 0 für das Ergebnis 0 liefert.

Lösungsvorschlag 1.3:

```
fun signum(x:int) = if x < 0 then ~1 else if x > 0 then 1 else 0
```

Aufgabe 1.4 Schreiben Sie ein Prozedur `hoch17 : int → int`, die zu einer Zahl x die Potenz x^{17} berechnet. Dabei sollen möglichst wenige Multiplikationen verwendet werden. Schreiben Sie die Prozedur auf zwei Arten: Mit einer Hilfsprozedur und mit lokalen Deklarationen.

Lösungsvorschlag 1.4:

```
fun q (y:int) = y*y  
fun hoch17 (x:int) = q (q (q (q x))) * x
```

oder

```
fun hoch17 (x:int) =  
  let val x2 = x*x  
      val x4 = x2*x2  
      val x8 = x4*x4  
      val x16 = x8*x8  
  in  
    x16*x  
  end
```

Aufgabe 1.5

- Geben Sie ein Tupel mit 3 Positionen und nur einer Komponente an.
- Geben Sie einen Tupelausdruck an, der den Typ `int * (bool * (int * unit))` hat.
- Geben Sie ein Paar an, dessen erste Komponente ein Paar und dessen zweite Komponente ein Tripel ist.

Lösungsvorschlag 1.5:

- `(((), ()), (())) : unit * unit * unit`
- `(1, (true, (0, ()))) : int * (bool * (int * unit))`
- `(((), ()), (((), ()), ())) : (unit * unit) * (unit * unit * unit)`

Aufgabe 1.7 Schreiben Sie eine Prozedur `max: int * int * int → int`, die zu drei Zahlen die größte liefert, auf zwei Arten:

- a) Benutzen Sie keine Hilfsprozedur und drei Konditionale.
 b) Benutzen Sie eine Hilfsprozedur und insgesamt nur ein Konditional.

Lösungsvorschlag 1.7:

- a)

```
fun max(x,y,z) =
  if x>y then
    (if x>z then x else z)
  else
    (if y>z then y else z)
```
- b)

```
fun max2 (x:int, y:int) = if x<y then y else x
fun max (x:int, y:int, z:int) = max2(max2(x,y),z)
```

Aufgabe 1.10 Schreiben Sie eine Prozedur `teilbar : int * int → bool`, die für (x, y) testet, ob x durch y ohne Rest teilbar ist.

Lösungsvorschlag 1.10:

```
fun teilbar (x:int, y:int) =
  x mod y = 0
```

Aufgabe 1.11 (Zeitangaben) Oft gibt man eine Zeitdauer im HMS-Format mit Stunden, Minuten und Sekunden an. Beispielsweise ist 2h5m26s eine hervorragende Zeit für einen Marathonlauf.

- a) Schreiben Sie eine Prozedur `sec : int * int * int → int`, die vom HMS-Format in Sekunden umrechnet. Beispielsweise soll `sec(1,1,6)` die Zahl 3666 liefern.
 b) Schreiben Sie eine Prozedur `hms : int → int * int * int`, die eine in Sekunden angegebene Zeit in das HMS-Format umrechnet. Beispielsweise soll `hms 3666` das Tupel $(1,1,6)$ liefern. Berechnen Sie die Komponenten des Tupels mithilfe lokaler Deklarationen.

Lösungsvorschlag 1.11:

- a)

```
fun sec (h,m,s) = 60*60*h+60*m+s
```
- b)

```
fun hms v =
  let
    val h = v div (60*60)
    val m = (v mod (60*60)) div 60
    val s = (v mod (60*60)) mod 60
  in
    (h,m,s)
  end
```

Aufgabe 1.13 Schreiben Sie eine rekursive Prozedur `mul : int * int → int`, die das Produkt einer natürlichen und einer ganzen Zahl durch wiederholte Addition berechnet. Beschreiben Sie den zugrunde liegenden Algorithmus zunächst mit Rekursionsgleichungen.

Lösungsvorschlag 1.13: Rekursionsgleichungen: $(n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Z})$

$$\begin{aligned} 0 \cdot x &= 0 \\ n \cdot x &= x + (n - 1) \cdot x \quad (n \neq 0) \end{aligned}$$

Prozedur:

```

fun mul (x:int, y:int) =
  if x=0
  then 0
  else y + mul(x-1,y)

```

Aufgabe 1.14 Der ganzzahlige Quotient $x \operatorname{div} y$ lässt sich aus x durch wiederholtes Subtrahieren von y bestimmen. Schreiben Sie eine rekursive Prozedur $\operatorname{mydiv} : \operatorname{int} * \operatorname{int} \rightarrow \operatorname{int}$, die für $x \geq 0$ und $y \geq 1$ das Ergebnis $x \operatorname{div} y$ liefert. Geben Sie zunächst Rekursionsgleichungen für $x \operatorname{div} y$ an.

Lösungsvorschlag 1.14: Rekursionsgleichungen:

$$\begin{aligned} x \operatorname{div} y &= 0 && (0 \leq x < y) \\ x \operatorname{div} y &= 1 + (x - y) \operatorname{div} y && (x \geq y) \end{aligned}$$

Prozedur:

```

fun mydiv (x:int, y:int) =
  if x>=y then 1+mydiv(x-y,y) else 0

```

Aufgabe 1.15 Auch der ganzzahlige Rest $x \operatorname{mod} y$ lässt sich aus x durch wiederholtes Subtrahieren von y bestimmen. Schreiben Sie eine rekursive Prozedur $\operatorname{mymod} : \operatorname{int} * \operatorname{int} \rightarrow \operatorname{int}$, die für $x \geq 0$ und $y \geq 1$ das Ergebnis $x \operatorname{mod} y$ liefert. Geben Sie dazu zunächst Rekursionsgleichungen für $x \operatorname{mod} y$ an.

Lösungsvorschlag 1.15: Rekursionsgleichungen:

$$\begin{aligned} x \operatorname{mod} y &= x && (0 \leq x < y) \\ x \operatorname{mod} y &= (x - y) \operatorname{mod} y && (x \geq y) \end{aligned}$$

Prozedur:

```

fun mymod (x:int, y:int) =
  if x<y then x else mymod(x-y,y)

```

Aufgabe 1.16 (Stelligkeit) Schreiben Sie eine rekursive Prozedur $\operatorname{stell} : \operatorname{int} \rightarrow \operatorname{int}$, die zu einer Zahl die Stelligkeit ihrer Dezimaldarstellung liefert. Beispielsweise soll $\operatorname{stell} 117 = 3$ gelten. Geben Sie zunächst die Rekursionsgleichungen für stell an. Verwenden Sie ganzzahlige Division durch 10, um die Zahl zu erhalten, die durch Streichen der letzten Ziffer entsteht.

Lösungsvorschlag 1.16: Rekursionsgleichungen:

$$\begin{aligned} \operatorname{stell} x &= 1 && (0 \leq x \leq 9) \\ \operatorname{stell} x &= 1 + \operatorname{stell}(x \operatorname{div} 10) && (x \geq 10) \end{aligned}$$

Prozedur:

```

fun stell (x:int) =
  if x < 10 then 1 else 1 + stell(x div 10)

```

Aufgabe 1.17 (Quersumme) Schreiben Sie eine rekursive Prozedur $\operatorname{quer} : \operatorname{int} \rightarrow \operatorname{int}$, die die Quersumme einer ganzen Zahl berechnet. Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Dezimalziffern. Beispielsweise hat die Zahl -3754 die Quersumme 19. Geben Sie zunächst die Rekursionsgleichungen für quer an. Verwenden Sie Restbestimmung modulo 10, um die letzte Ziffer einer Zahl zu bestimmen.

Lösungsvorschlag 1.17:

Bemerkung:

$$x \operatorname{div} y \triangleq \lfloor x/y \rfloor \Rightarrow -1 \operatorname{div} 10 = \lfloor -0.1 \rfloor = -1$$

Rekursionsgleichungen:

$$\begin{aligned} \text{quer } x &= |x| && (0 \leq |x| \leq 9) \\ \text{quer } x &= |x| \bmod 10 + \text{quer } (|x| \text{ div } 10) && (|x| \geq 10) \end{aligned}$$

Prozedur:

```
fun quer (x:int) =  
  let val abs_x = if x<0 then ~x else x in  
    if abs_x=0 then 0 else abs_x mod 10 + quer (abs_x div 10)  
  end
```