WS 10/11

**Einführung in die Informatik II** **Übungsblatt 13**

Univ.-Prof. Dr. Andrey Rybalchenko, A. Herz, K. Apinis

4.2.2011

Dieses Blatt behandelt Kapitel 10.5 - 10.6 aus dem Buch zur Vorlesung.

**Aufgabe 10.14** Sei die folgende Prozedur gegeben:

$$\begin{aligned} &p : \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z} \\ &p(x,y) = 0 && \text{für } x > y \\ &p(x,y) = x + p(x+1,y) && \text{für } x \le y \end{aligned}$$

a) Geben Sie eine natürliche Terminierungsfunktion für $p$ an.

b) Zeigen Sie durch Induktion:

$$\forall (x,y) \in \mathbb{Z}^2, x \le y : p(x,y) = p(x,y-1) + y$$

**Aufgabe (foldr)** Gegeben sei ein funktsion $f = \lambda(x, xs) \in X \times \mathcal{L}(X).x :: xs$ und ein Prozedur *foldr*:

$$\begin{aligned} &\mathit{foldr} : (A \times B \to B) \times B \times \mathcal{L}(A) \to B \\ &\mathit{foldr}(f, s, \mathrm{nil}) = s \\ &\mathit{foldr}(f, s, x :: xs) = f(x, \mathit{foldr}(f, s, xs)) \end{aligned}$$

Zeigen sie dass

$$\forall xs \in \mathcal{L}(X) : \mathit{foldr}(f, \mathrm{nil}, xs) = xs$$

**Aufgabe 10.17**

$@ : \mathcal{L}(X) \times \mathcal{L}(X) \to \mathcal{L}(X)$ Konkatenation

$\mathrm{nil}@ys = ys(x :: xr)@ys = x :: (xr@ys)$

$\mathit{rev} : \mathcal{L}(X) \to \mathcal{L}(X)$ Reversion

$\mathit{rev}\ \mathrm{nil} = \mathrm{nil}$

$\mathit{rev}\ (x :: xr) = (\mathit{rev}\ xr)@[x]$

Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle Listen $xs, ys \in \mathcal{L}(X)$ gilt:

a) $xs@\mathrm{nil} = xs$

b) $\mathit{rev}\ (xs@ys) = \mathit{rev}\ ys@\mathit{rev}\ xs$

c) $\mathit{rev}\ (\mathit{rev}\ xs) = xs$

**Aufgabe 10.19** Listen lassen sich mit einer endrekursiven Prozedur reversieren, die die folgende Funktion berechnet:

$$\begin{aligned} &\mathit{revi} \in \mathcal{L}(X) \to \mathcal{L}(X) \to \mathcal{L}(X) \\ &\mathit{revi}\ xs\ ys = (\mathit{rev}\ ys)@xs \end{aligned}$$

Konstruieren Sie eine endrekursive Prozedur, die die Funktion *revi* berechnet und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Prozedur. Verwenden Sie dabei die Assoziativität der Konkatenation (Proposition 10.5).