



**Einführung in die Informatik II**

Univ.-Prof. Dr. Andrey Rybalchenko, A. Herz, K. Apinis

Dieses Blatt behandelt Kapitel 10.0 - 10.4 aus dem Buch zur Vorlesung.

**Aufgabe 10.1** Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch Induktion:

a)  $\forall n \in \mathbb{N} : 3n \leq 3^n$

b)  $\forall n \in \mathbb{N} \exists k \in \mathbb{N} : n^3 - n = 3k$

**Aufgabe 10.3** Zeigen Sie, dass *iter* und die unten definierte Prozedur *iter'* semantisch äquivalent sind.

$$\text{iter}' : \mathbb{N} \times \mathbb{X} \times (X \rightarrow X) \rightarrow X$$

$$\text{iter}'(0, x, f) = x$$

$$\text{iter}'(n, x, f) = f(\text{iter}'(n-1, x, f)) \text{ für } n > 0$$

**Aufgabe 10.10** Zeigen Sie, wie man die Ergebnisfunktion der Prozedur *gcd* aus Abbildung 9.1 auf S. 180 mit *first* berechnen kann. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

$$\text{first} : (X \rightarrow \mathbb{B}) \times (X \rightarrow X) \times X \rightarrow X$$

$$\text{first} (p, f, x) = \text{if } p \text{ x then } x \text{ else first } (p, f, f \ x)$$

$$\text{gcd} : \mathbb{N}_+ \times \mathbb{N}_+ \rightarrow \mathbb{N}_+$$

$$\text{gcd} (x, x) = x$$

$$\text{gcd} (x, y) = \text{gcd} (x - y, y) \quad (\text{für } x > y)$$

$$\text{gcd} (x, y) = \text{gcd} (x, y - x) \quad (\text{für } x < y)$$

**Aufgabe 10.16** Sei *X* eine Menge. Beweisen Sie mit struktureller Induktion, dass für alle Listen  $xs, ys \in \mathcal{L}(X)$

$$\text{gilt: } |xs@ys| = |xs| + |ys|$$