

## Übung zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Präsentation der Lösungen am 6.2.2008

### Aufgabe 1

Zeigen Sie folgende Aussagen:

- (a)  $\text{NL} = \text{NP} \implies \text{NL} = \text{PH}$
- (b)  $\text{P} = \text{NP} \implies \text{EXP} = \text{NEXP}$  (*Upward Translations*)
- (c)  $\text{NP} \subseteq \text{EXP}$  und  $\text{coNP} \subseteq \text{EXP}$

### Aufgabe 2    $\text{DSPACE}(n) \neq \text{P}$

Zeigen Sie, dass  $\text{DSPACE}(n) \neq \text{P}$  gilt.

Hinweis: Mit dem gleichen Beweis können Sie auch zeigen, dass  $\text{DSPACE}(n) \neq \text{NP}$  gültig ist. Hierbei wird die Tatsache benutzt, dass  $\text{DSPACE}(n)$  unter einer bestimmten Eigenschaft nicht abgeschlossen ist, während die Klassen  $\text{P}$  oder  $\text{NP}$  (oder auch die anderen klassischen Komplexitätsklassen) unter der selben Eigenschaft abgeschlossen sind.

### Aufgabe 3    *Transitivität von Logspace-Reduktionen*

Zeigen Sie den transitiven Abschluss von Logspace-Reduktionen, also dass

$$A \leq_m^{\log} B \text{ und } B \leq_m^{\log} C \Rightarrow A \leq_m^{\log} C$$

gilt.

### Aufgabe 4    *Starke Zusammenhangskomponenten (SCC) in Graphen*

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist stark zusammenhängend, falls es für jedes Knotenpaar  $(u, v) \in E$  einen gerichteten Pfad von  $u$  nach  $v$  in  $G$  gibt. Zeigen Sie, dass das Problem, zu entscheiden ob ein Graph stark zusammenhängend ist,  $\text{NL}$ -vollständig ist.

### Aufgabe 5    *Bipartite Graphen*

Sei  $\text{BIPARTITE}$  die Sprache aller (ungerichteten) bipartiten Graphen. Zeigen Sie, dass gilt:  $\text{BIPARTITE} \in \text{NL}$ .