Technische Universität München
Institut für Informatik
PD Dr. Markus Holzer
Dipl.-Inf. Michael Tautschnig

WS 2007/2008
Übungsblatt 10
Mittwoch, 9. Januar 2008

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Lösungshinweise

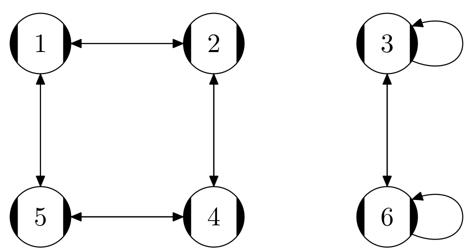
Aufgabe 1 *Standardmengen oder lokale Mengen*

(i) (a) $\emptyset$ ist lokal über Σ; man wähle $B = E = \emptyset$ und P beliebig.

(b) $\{\varepsilon\}$ ist nicht lokal über Σ, da $\varepsilon \neq (B\Sigma^* \cap \Sigma^* E)$.

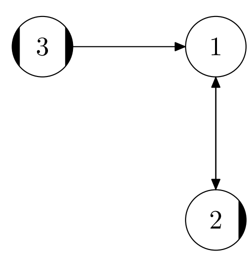
(c) Betrachten wir nun die Menge aller nichtleeren Folgen von Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 mit der Einschränkung, daß die Summe zweier aufeinanderfolgender Ziffern durch 3 teilbar ist. Diese Menge ist lokal; man wähle $B = E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ und

$$P = \Sigma^2 \setminus \{(1,2),(2,1),(2,4),(4,2),(4,5),(5,4),(5,1),(1,5),(3,3),(3,6),(6,3),(6,6)\}.$$



(d) $3(12)^*$ ist lokal über Σ. Man wähle $B = \{3\}$, $E = \{3, 2\}$ und

$$P = \{(1,1),(1,3),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}.$$



(e) $4(12)^*(34)^*$ ist nicht lokal über Σ. Da 41234 Element der Menge ist, müßte $4 \in B \cap E$ und

$$(4,1),(1,2),(2,3),(3,4) \notin P$$

sein. Daraus folgt, daß aber auch 412341234 enthalten sein müßte.

(f) $4(12)^*4(56)^*$ ist ebenfalls nicht lokal. Da $(4,1),(4,5) \notin P$, $4 \in B$ und $6 \in E$, müßte auch 456 in der Menge enthalten sein.

(ii) Sei L_i durch $B_i, E_i \subseteq \Sigma_i$ und $P_i \subseteq \Sigma_i^2$ (für $i = 1, 2$) beschrieben. Dann wird $L_1 \cup L_2$ durch

$$B_1 \cup B_2, E_1 \cup E_2 \text{ und } P_1 \cup P_2 \cup \Sigma_1\Sigma_2 \cup \Sigma_2\Sigma_1$$

beschrieben. Analog wird L_1L_2 durch

$$B_1, E_2 \text{ und } P_1 \cup P_2 \cup (\Sigma_1\Sigma_2 \setminus E_1B_2) \cup \Sigma_2\Sigma_1$$

beschrieben. Die Bedingung $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$ ist notwendig, da wir andernfalls z.B. die folgenden Gegenbeispiele finden können; sei $L_1 = 3(12)^*$ und $L_2 = 3(14)^*$. Dann gilt:

(a) wegen $31212, 314 \in L_1 \cup L_2$ müßte auch 31214 in $L_1 \cup L_2$ sein und

(b) wegen $3123 \in L_1L_2$ müßte auch 3123123 in L_1L_2 sein.

(iii) Definiere den nichtdeterministischen endlichen Automaten $A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$ mit $Q = \{\varepsilon, \emptyset\} \cup (\Sigma^2 \setminus P)$, $S = \varepsilon$, $F = \{\emptyset\}$ und Übergangsrelation δ:

$$\begin{aligned} \delta(\varepsilon, a) &= \{\emptyset \mid a \in B \cap E\} \cup \{ab \mid ab \in Q \wedge a \in B\} \text{ für } a \in \Sigma, \\ \delta(ab, b) &= \{\emptyset \mid b \in E\} \cup \{bc \mid bc \in Q\} \text{ für } b \in \Sigma. \end{aligned}$$