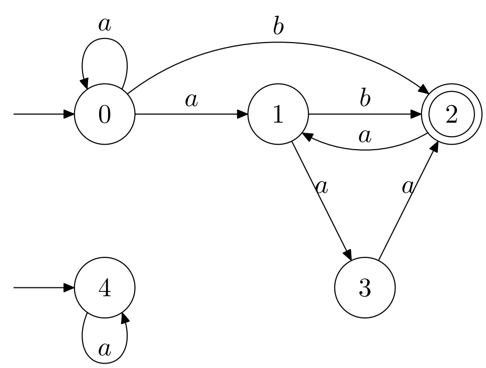
Technische Universität München
Institut für Informatik
PD Dr. Markus Holzer
Dipl.-Inf. Michael Tautschnig

WS 2007/2008
Übungsblatt 11
Mittwoch, 9. Januar 2008

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Reguläre Ausdrücke*

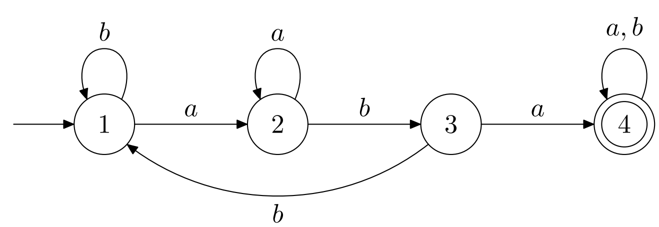
Gegeben sei der folgende deterministische endliche Automat $A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$ mit $Q = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $S = \{0, 4\}$, $F = \{2\}$ und der Überführungsrelation δ wie unten dargestellt.



Bestimmen Sie den zu A äquivalenten regulären Ausdruck. Beachten Sie dabei, dass unterschiedliche Abfolgen der Anwendung der aus der Vorlesung bekannten Regeln zu syntaktisch verschiedenen regulären Ausdrücken führen können.

Aufgabe 2 *Transitionsmonoid*

Gegeben sei der folgende deterministische endliche Automat $A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$ mit $Q = \{1, 2, 3, 4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $S = \{1\}$, $F = \{4\}$ und der Überführungsrelation δ, die Sie der nachfolgenden Abbildung entnehmen.



Bestimmen Sie das zu A gehörende Transitionsmonoid.

Aufgabe 3 *Erkennbarkeit*

Sei $M = \{e, a, b\}$ das Monoid, auf dem die Verknüpfung $\circ$ mit Einselement e durch $a^2 = ba = a$ und $b^2 = ab = b$ definiert ist.

(a) Sei nun der Homomorphismus $h : \{0,1\}^* \to M$ gegeben, der durch $h(0) = a$ und $h(1) = b$ definiert ist. Zeigen Sie, daß die Menge $L = \{\, w0 \mid w \in \{0,1\}^* \,\}$ mittels des Homomorphismus h erkennbar ist, d.h., es gilt $L = h^{-1}(h(L))$. Gehen Sie systematisch vor, und bestimmen Sie zuerst $h(L)$.

(b) Für eine Teilmenge $L \subseteq \Sigma^*$ ist die syntaktische Kongruenz R_L wie folgt definiert: Für $u, v \in \Sigma^*$ gilt uR_Lv genau dann, wenn für alle $w, w' \in \Sigma^*$ die Beziehung $wuw' \in L \Leftrightarrow wvw' \in L$ gilt.

Ist M zum syntaktischen Monoid der Menge L, d.h. zu $\{0,1\}^*/R_L$, isomorph? Wenn nein, geben sie das syntaktische Monoid von L an.

Aufgabe 4 *Syntaktisches Monoid*

Zeigen Sie, dass *nicht* jedes endliche Monoid isomorph zu dem syntaktischen Monoid einer erkennbaren Menge ist. Betrachten Sie hierzu das Monoid $M = \{1, m_1, m_2, m_3\}$ mit dem Einselement 1 und der Verknüpfung $\circ$, die wie folgt definiert ist: Für alle $1 \leq i, j, \leq 3$ gilt $m_i \circ m_j = m_j$.