

## Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

### Aufgabe 1    *Standardmengen oder lokale Mengen*

Sei  $\Sigma$  ein Alphabet. Eine Menge  $L \subseteq \Sigma^*$  heißt *lokal* über  $\Sigma$ , wenn es  $B, E \subseteq \Sigma$  und  $P \subseteq \Sigma^2$  gibt, so dass  $L$  die Menge aller Wörter aus  $\Sigma^*$  ist, die mit Buchstaben aus  $B$  beginnen, mit Buchstaben aus  $E$  enden, und in denen kein Paar benachbarter Buchstaben in  $P$  liegt, d.h., es gilt

$$L = (B\Sigma^* \cap \Sigma^*E) \setminus (\Sigma^*P\Sigma^*)$$

mit  $B, E \subseteq \Sigma$  und  $P \subseteq \Sigma^2$ .

- (i) Welche der Mengen  $\emptyset, \{\lambda\}$ , alle nichtleeren Folgen von Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 so, dass die Summe zweier aufeinanderfolgender Ziffern durch 3 teilbar ist,  $3(12)^*$ ,  $4(12)^*(34)^*$  und  $4(12)^*4(56)^*$  ist lokal über  $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ? Geben Sie gegebenenfalls einen entsprechenden Myhill-Graphen an.
- (ii) Es seien  $L_1$  bzw.  $L_2$  lokale Mengen über  $\Sigma_1$  bzw.  $\Sigma_2$ . Zeigen Sie, dass  $L_1 \cup L_2$  und  $L_1L_2$  lokale Mengen über  $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$  sind, falls  $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$ . Begründen Sie, dass die Voraussetzung  $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$  notwendig ist.
- (iii) Zeigen Sie, dass zu jeder lokalen Menge  $L$  über  $\Sigma$  ein nichtdeterministischer endlicher Automat  $M$  existiert mit  $L = L(M)$ .

### Aufgabe 2    *Weihnachtsaufgabe*

Der Weihnachtsmann hat dieses Jahr Probleme. Eigentlich weiß er sonst genau, welches Geschenk in welchem Paket er welchem Kind bringen soll. Doch jetzt hat dummerweise Engelchen Krauskopf die Geschenke eingepackt und auch den Auslieferungsauftrag entgegengenommen. Und Engelchen Krauskopf vergißt immer das meiste. Es hat die fünf Geschenke sorgfältig in verschiedenfarbiges Papier eingepackt, in einer Reihe vor den Schlitten des Weihnachtsmanns gestellt und ist abgehauen. An jedem Paket hängt noch eine Leckerei. Der Weihnachtsmann macht Engelchen Krauskopf ausfindig und fragt es aus. Leider erfährt er nur folgendes:

- Ernst bekommt das rote Paket.
- Stefan bekommt den Bildatlas.
- Das grüne Paket bekommt das Kind mit dem Tannenbäumchen im Fenster.
- Bei Uwe sind Eisblumen im Fenster.
- Das grüne Paket steht—wenn man vor dem Schlitten steht—unmittelbar rechts neben dem weißen.
- Die Schokokugeln hängen an dem Paket mit der Eisenbahn.
- Die Lakritze hängt an dem gelben Paket.
- Das Paket, das in der Mitte steht, bekommt das Kind mit dem Engelchen im Fenster.

- Das Geschenk für Norbert steht ganz links.
  - Die Karamelbonbons hängen an dem Paket, das neben dem mit den Büchern von Karl May steht.
  - Die Lakritze hängt an dem Paket, das neben dem mit dem Skateboard steht.
  - Die Gummibärchen bekommt das Kind mit der Krippe im Fenster.
  - Jens bekommt das Paket mit den Zuckerstäbchen.
  - Norberts Geschenk steht neben dem blauen Paket.
- Welches Kind hat einen Stern im Fenster? Wer bekommt das Feuerwehrauto?

**Frohe Weihnachten und Alles Gute für 2008!**