

Übung zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Präsentation der Lösungen am 9.1.2008

Aufgabe 1 *Reduktionen: Wiederholung*

Da alle Reduktionen der Aufgabe 7 des Übungsblattes 1 bis auf Teilaufgabe (b) in der Vorlesung durchgenommen wurden, führen Sie die Reduktion

$$\text{VERTEXCOVER} \leq \text{DOMINATINGSET}$$

erneut durch.

Aufgabe 2 HORNSAT

HORNSAT ist eine weitere Einschränkung von SAT. Eine Instanz von HORNSAT enthält ausschließlich Klauseln mit maximal einem positiven Literal ($(x \vee \neg y \vee \neg z)$ ist eine Horn-Klausel, aber $(x \vee y \vee \neg z)$ ist keine). HORNSAT ist das Problem zu entscheiden, ob solch eine Formel erfüllbar ist oder nicht.

Beweisen Sie, dass $\text{HORNSAT} \in \mathbf{P}$ gilt.

Aufgabe 3 *Palindrome auf Turingmaschinen*

Die Sprache der Palindrome PALINDROM beinhaltet all jene Wörter, die vorwärts und rückwärts gelesen gleich lauten, das heißt, PALINDROM beinhaltet Wörter der Form $u_1 u_2 \dots u_{n-1} u_n u_n u_{n-1} \dots u_2 u_1$ und der Form $u_1 u_2 \dots u_{n-1} u_n v u_n u_{n-1} \dots u_2 u_1$, wobei u_i und v beliebige Zeichen aus dem zugrunde liegenden Alphabet sind.

In dieser Aufgabe werden wir die Turingmaschine nochmals wiederholen und verschiedene Varianten der Turingmaschine behandeln—Ziel ist dabei, ein Gefühl für den Formalismus der Turingmaschine zu entwickeln:

- Geben Sie eine Turingmaschine an, die PALINDROM entscheidet, die nur über **ein Eingabeband** verfügt, das gleichzeitig als Arbeitsband dient. Bestimmen Sie den Zeit- und Platzbedarf dieser Maschine.
- Geben Sie eine Turingmaschine an, die PALINDROM entscheidet, die über ein **Read-Only Eingabeband** verfügt sowie über **ein zusätzliches Arbeitsband** verfügt. Bestimmen Sie den Zeit- und Platzbedarf dieser Maschine.
- Geben Sie eine Turingmaschine an, die PALINDROM entscheidet, die nur über **ein Eingabeband** verfügt, das gleichzeitig als Arbeitsband dient, aber mit **zwei Arbeitsköpfen** ausgestattet ist. Bestimmen Sie den Zeit- und Platzbedarf dieser Maschine.

Aufgabe 4 *Zeit- und Platzkonstruierbarkeit*

Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen zeit- und platzkonstruierbar sind:

- (a) $\log n$ (hier nur platzkonstruierbar)
- (b) 2^n
- (c) $(f(n) + g(n))$ für $f(n)$ und $g(n)$ zeit- bzw. platzkonstruierbar
- (d) $(f(n) \cdot g(n))$ für $f(n)$ und $g(n)$ zeit- bzw. platzkonstruierbar

Aufgabe 5 *Platzbeschränkte Berechnungen*

Zeigen Sie, dass jede Berechnung, die durch eine Turing Maschine M ausgeführt wird und dabei durch $s(n)$ in ihrem Platz beschränkt ist, ebenso durch eine Turing Maschine M' ausgeführt werden kann, die gleichermaßen durch $s(n)$ platzbeschränkt ist, dabei aber *garantiert terminiert*. (Eine platzbeschränkte Maschine M muss nicht notwendigerweise terminieren—sie kann in einer Endlosschleife hängen bleiben).

- (a) Zeigen Sie obige Aussage für ein *platzkonstruierbares* $s(n)$.
- (b) Zeigen Sie obige Aussage für ein *beliebiges* $s(n)$.