Technische Universität München
Institut für Informatik
PD Dr. Markus Holzer
Dipl.-Inf. Michael Tautschnig

WS 2007/2008
Übungsblatt 9
Mittwoch, 12. Dezember 2007

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Kleensche Hülle*

(i) Sei $A = \{\lambda, a\}$. Berechnen Sie A^n für $n = 0, 1, 2, 3$. Wieviele Elemente gehören zu A^n für beliebiges n? Welche Wörter gehören zu A^n?

(ii) Zeigen Sie: falls für eine nichtleere Menge A gilt, dass $A^2 = A$, so gilt auch $A = A^*$.

Aufgabe 2 Tunix *Pfade*

Sei $\mathcal{P}$ die Menge aller syntaktisch korrekten Pfade unter dem Betriebssystem Tunix. Ein Pfad besteht aus einer Dateibezeichnung, der optional eine Folge von Verzeichnisnamen vorangehen kann. Die Verzeichnisnamen werden sowohl untereinander als auch von der Dateibezeichnung durch einen Schrägstrich (`/`) getrennt. Eine Dateibezeichnung ist eine nicht-leere Folge von Kleinbuchstaben, Großbuchstaben und Ziffern, der optional die Dateiart folgen kann. Eine Dateiart beginnt mit einem Punkt gefolgt von genau drei Großbuchstaben. Ein Verzeichnisname ist eine nicht-leere Folge von Kleinbuchstaben, Großbuchstaben und Ziffern. Beispiele: `brief`, `brief.DVI`, `home/katzenbe/briefe/uni.TEX`

Geben Sie einen regulären Ausdruck in der Sprache des unix-Kommandos `egrep` an, sodass `egrep` genau jene Zeilen einer Textdatei liefert, die ein Element aus $\mathcal{P}$ enthalten (und sonst nichts).

Aufgabe 3 *Determinisierung und Minimierung von endlichen Automaten*

Geben Sie jeweils einen deterministischen minimalen endlichen Automaten an, der die folgenden Sprachen L_1 und L_2 über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptiert:

(i) L_1 enthalte alle Strings über $\{0, 1\}$, die mit zwei Nullen enden.

(ii) L_2 enthalte alle Strings über $\{0, 1\}$, die drei aufeinanderfolgende Nullen enthalten.

Hinweis: Geben Sie zuerst jeweils nichtdeterministische Automaten an und wandeln Sie diese mittels Potenzmengenkonstruktion in deterministische Automaten um. Minimieren Sie zuletzt die erhaltenen Automaten.

Aufgabe 4 *Verschiedenes*

Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind; geben Sie auch eine kurze Begründung bzw. ein Gegenbeispiel an:

(i) Der minimale *nichtdeterministische* endliche Automat (minimal bezüglich der Zahl der Zustände) ist eindeutig bestimmt.

(ii) Das Problem für einen gegebenen nichtdeterministischen endlichen Automaten $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ zu entscheiden ob ein Zustand produktiv ist, ist unentscheidbar (ein Zustand $q \in Q$ ist produktiv, falls $\delta^*(q, w) \cap F \neq \emptyset$ für ein $w \in \Sigma^*$ gilt).

(iii) Es gibt deterministische endliche Automaten A und B mit m und n Zuständen derart, dass jeder deterministische endliche Automat, der $L(A) \cap L(B)$ akzeptiert, mindestens $O(mn)$ Zustände benötigt.