

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Satz von Rice: Alternative Formulierung*

Sei I eine Indexmenge die Funktionen respektiert. Wenn eine berechenbare Funktion Θ existiert mit

- (1) $\{i \mid \varphi_i = \Theta\} \subseteq I$ und
- (2) $\{i \mid \varphi_i \leq \Theta \text{ und } \text{dom}(\varphi_i) \text{ endlich}\} \subseteq \bar{I}$,

dann ist die Menge I nicht rekursiv aufzählbar.

Aufgabe 2 *(Nicht) Rekursiv aufzählbar (2)*

Geben Sie den Status der folgenden Mengen an (rekursiv, rekursiv aufzählbar, nicht rekursiv aufzählbar):

- (i) $I_1 = \{i \mid \varphi_i \text{ ist nicht überall undefiniert}\}$
- (ii) $I_2 = \{i \mid \varphi_i \text{ ist keine injektive Abbildung}\}$
- (iii) $I_3 = \{i \mid \text{dom}(\varphi_i) \text{ ist endlich}\}$
- (iv) $I_4 = \{i \mid \text{dom}(\varphi_i) \text{ ist unendlich}\}$
- (v) $I_5 = \{i \mid \varphi_i \text{ wird von einem WHILE-Programm mit maximal } 10^{10^{100}} \text{ Variablen berechnet}\}$
- (vi) $I_6 = \{i \mid \text{das WHILE-Programm } P_i \text{ enthält maximal 3 Variablen}\}$

Hinweis: Verwenden Sie Dovetailing und die Sätze von Rice.