Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 Endiche Folgen

Sei M die Menge

$$M = \{ (a_1, \dots, a_n) \mid n, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{N}, n \ge 1 \}.$$

Zeigen Sie, dass es eine bijektive Abbildung zwischen M und \mathbb{N} gibt.

Hinweis: Verwenden Sie eine geeignete Codierung mittels Primzahlen und benützen Sie den Satz von Schröder-Bernstein.

Aufgabe 2 Funktionen

Sei f eine beliebige Funktion, die fast überall Null ist, d.h. es existieren endlich viele Stellen x mit $f(x) \neq 0$. Zeigen Sie, dass f effektiv berechenbar ist.

Aufgabe 3 Bijektionen

- (i) Geben Sie eine effektiv berechenbare Bijektion $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an.
- (ii) Zeigen Sie, dass es eine Bijektion $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt, die *nicht* effektiv berechenbar ist.

Hinweis zu (ii): Verwenden Sie Diagonalisierung.

Aufgabe 4 WHILE-Programme

Schreiben Sie ein WHILE-Programm (unter Verwendung von Makros), das die Funktion

$$f(x,y) = 2^{2^{\dots^{2^x}}}$$

(für $y \ge 1$) berechnet.

Hinweis: Schreiben Sie zuerst Makros für x + y, x * y und x^y .