Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Markus Holzer
Dipl.-Inf. Michael Tautschnig

WS 2006/2007
Übungsblatt 11
Freitag, 12. Januar 2007

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Endiche Folgen*

Sei M die Menge

$$M = \{\, (a_1, \ldots, a_n) \,|\, n, a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N},\, n \geq 1 \,\}.$$

Zeigen Sie, dass es eine bijektive Abbildung zwischen M und $\mathbb{N}$ gibt.
Hinweis: Verwenden Sie eine geeignete Codierung mittels Primzahlen und benützen Sie den Satz von Schröder-Bernstein.

Aufgabe 2 *Funktionen*

Sei f eine beliebige Funktion, die *fast überall* Null ist, d.h. es existieren endlich viele Stellen x mit $f(x) \neq 0$. Zeigen Sie, dass f effektiv berechenbar ist.

Aufgabe 3 *Bijektionen*

(i) Geben Sie eine effektiv berechenbare Bijektion $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an.

(ii) Zeigen Sie, dass es eine Bijektion $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt, die *nicht* effektiv berechenbar ist.

Hinweis zu (ii): Verwenden Sie Diagonalisierung.

Aufgabe 4 *WHILE-Programme*

Schreiben Sie ein WHILE-Programm (unter Verwendung von Makros), das die Funktion

$$f(x, y) = \underbrace{2^{2^{\cdots^{2^x}}}}_{y}$$

(für $y \geq 1$) berechnet.
Hinweis: Schreiben Sie zuerst Makros für $x + y$, $x * y$ und x^y.