Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Dr. Markus Holzer
Dipl.-Inf. Michael Tautschnig

WS 2006/2007
Übungsblatt 7
Montag, 4. Dezember 2006

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Beschreibungskomplexität*

In der Literatur findet sich folgende Technik für untere Schranken für nichtdeterministische endliche Automaten:

> Let $L \subseteq \Sigma^*$ be a regular language and suppose there exists a set of pairs $S = \{ (x_i, y_i) \mid 1 \leq i \leq n \}$ with the following properties:
>
> (a) $x_i y_i \in L$, for $1 \leq i \leq n$ and
>
> (b) $x_i y_j \notin L$, for $1 \leq i, j \leq n$, and $i \neq j$.
>
> Then any nondeterministic finite automaton accepting L has at least n states. Here S is called a *fooling set* for L.

Beweisen Sie diese Aussage und geben Sie ein Beispiel an, bei dem diese Technik versagt, d. h. bei dem die nichtdeterministische Zustandskomplexität beliebig weit von der durch diese Technik bestimmten unteren Schranke abweicht.

Aufgabe 2 *Beschreibungskomplexität*

Beweisen Sie folgende Aussage: Es gibt eine Familie von MSO-Formeln $(\varphi_n)_{n\geq 1}$ der Länge $O(n)$ derart, dass jeder nichtdeterministische endliche Automat, der die Sprache $L(\varphi_n)$ akzeptiert, mindestens 2^n Zustände besitzt.

Aufgabe 3 *Automat einer MSO-Formel*

Konstruieren Sie induktiv einen Automaten über dem Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b\}$ für die MSO-Formel

$$\varphi = \exists X_1 : \mathrm{Sing}(X_1) \wedge (X_1 \subseteq Q_a)$$

wobei $\mathrm{Sing}(X) = \mathit{true} \Leftrightarrow |X| = 1$.