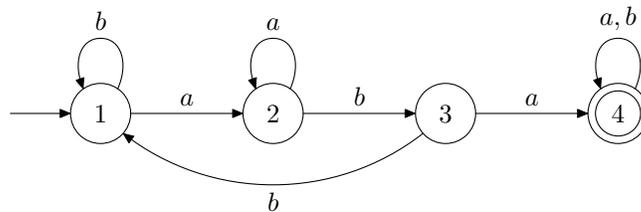


Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Transitionsmonoid*

Gegeben sei der folgende deterministische endliche Automat $A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$ mit $Q = \{1, 2, 3, 4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $S = \{1\}$, $F = \{4\}$ und der Überföhrungsrelation δ , die Sie der nachfolgenden Abbildung entnehmen.



Bestimmen Sie das zu A gehörende Transitionsmonoid.

Aufgabe 2 *Erkennbarkeit*

Sei $M = \{e, a, b\}$ das Monoid, auf dem die Verknüpfung \circ mit Einselement e durch $a^2 = ba = a$ und $b^2 = ab = b$ definiert ist.

- Sei nun der Homomorphismus $h : \{0, 1\}^* \rightarrow M$ gegeben, der durch $h(0) = a$ und $h(1) = b$ definiert ist. Zeigen Sie, daß die Menge $L = \{w0 \mid w \in \{0, 1\}^*\}$ mittels des Homomorphismus h erkennbar ist, d.h., es gilt $L = h^{-1}(h(L))$. Gehen Sie systematisch vor, und bestimmen Sie zuerst $h(L)$.
- Für eine Teilmenge $L \subseteq \Sigma^*$ ist die syntaktische Kongruenz R_L wie folgt definiert: Für $u, v \in \Sigma^*$ gilt uR_Lv genau dann, wenn für alle $w, w' \in \Sigma^*$ die Beziehung $uw w' \in L \Leftrightarrow vw w' \in L$ gilt.

Ist M zum syntaktischen Monoid der Menge L , d.h. zu $\{0, 1\}^*/R_L$, isomorph? Wenn nein, geben sie das syntaktische Monoid von L an.

Aufgabe 3 *Syntaktisches Monoid*

Zeigen Sie, dass *nicht* jedes endliche Monoid isomorph zu dem syntaktischen Monoid einer erkennbaren Menge ist. Betrachten Sie hierzu das Monoid $M = \{1, m_1, m_2, m_3\}$ mit dem Einselement 1 und der Verknüpfung \circ , die wie folgt definiert ist: Für alle $1 \leq i, j, \leq 3$ gilt $m_i \circ m_j = m_j$.