Technische Universität München
Institut für Informatik
PD Dr. Markus Holzer
Dipl.-Inf. Michael Tautschnig

WS 2006/2007
Übungsblatt 3
Montag, 7. November 2006

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Determinisierung und Minimierung von endlichen Automaten*

Geben Sie jeweils einen deterministischen minimalen endlichen Automaten an, der die folgenden Sprachen L_1 und L_2 über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptiert:

(i) L_1 enthalte alle Strings über $\{0, 1\}$, die mit zwei Nullen enden.

(ii) L_2 enthalte alle Strings über $\{0, 1\}$, die drei aufeinanderfolgende Nullen enthalten.

Hinweis: Geben Sie zuerst jeweils nichtdeterministische Automaten an und wandeln Sie diese mittels Potenzmengenkonstruktion in deterministische Automaten um. Minimieren Sie zuletzt die erhaltenen Automaten.

Aufgabe 2 *Standardmengen oder lokale Mengen*

Sei Σ ein Alphabet. Eine Menge $L \subseteq \Sigma^*$ heißt *lokal* über Σ, wenn es $B, E \subseteq \Sigma$ und $P \subseteq \Sigma^2$ gibt, so dass L die Menge aller Wörter aus Σ^* ist, die mit Buchstaben aus B beginnen, mit Buchtaben aus E enden, und in denen kein Paar benachbarter Buchstaben in P liegt, d.h., es gilt

$$L = (B\Sigma^* \cap \Sigma^* E) \setminus (\Sigma^* P \Sigma^*)$$

mit $B, E \in \Sigma$ und $P \subseteq \Sigma^2$.

(i) Welche der Mengen $\emptyset$, $\{\lambda\}$, alle nichtleeren Folgen von Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 so, dass die Summe zweier aufeinanderfolgender Ziffern durch 3 teilbar ist, $3(12)^*$, $4(12)^*(34)^*$ und $4(12)^*4(56)^*$ ist lokal über $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$? Geben Sie gegebenenfalls einen entsprechenden Myhill-Graphen an.

(ii) Es seien L_1 bzw. L_2 lokale Mengen über Σ_1 bzw. Σ_2. Zeigen Sie, dass $L_1 \cup L_2$ und $L_1 L_2$ lokale Mengen über $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ sind, falls $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$. Begründen Sie, dass die Vorraussetzung $\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$ notwendig ist.

(iii) Zeigen Sie, dass zu jeder lokalen Menge L über Σ ein nichtdeterministischer endlicher Automat M existiert mit $L = L(M)$.

Aufgabe 3 *Verschiedenes*

Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind; geben Sie auch eine kurze Begründung bzw. ein Gegenbeispiel an:

(i) Der minimale *nichtdeterministische* endliche Automat (minimal bezüglich der Zahl der Zustände) ist eindeutig bestimmt.

(ii) Das Problem für eine gegebene reguläre Grammatik G zu bestimmen, ob ein Nonterminal nicht produktiv ist, ist unentscheidbar (ein Nonterminal A ist produktiv, falls $A \to_G^* w$ für ein $w \in G^*$).

(iii) Es gibt deterministische endliche Automaten A und B mit m und n Zuständen derart, dass jeder deterministische endliche Automat, der $L(A) \cap L(B)$ akzeptiert, mindestens $O(mn)$ Zustände benötigt.