Technische Universität München
Institut für Informatik
PD Dr. Markus Holzer
Dipl.-Inf. Michael Tautschnig

WS 2006/2007
Übungsblatt 2
Donnerstag, 26. Oktober 2006

Übung zur Vorlesung Automaten, Formale Sprachen und Berechenbarkeit

Aufgabe 1 *Satz von Myhill-Nerode*

Bestimmen Sie mit Hilfe des Satzes von Myhill-Nerode, ob die folgenden Sprachen regulär sind:

(i) $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

(ii) $\{0, 00, 01\}$

(iii) $\{wc \mid w \in \{a, b, c\}^* \text{ und } |w|_a < |w|_b\}$

(iv) $\{xyx \mid x, y \in \{a, b\}^*\}$

(v) $\{xyx \mid x \in \{a, b\}^+, y \in \{a, b\}^*\}$

Aufgabe 2 *Reguläre Mengen*

Sei Σ ein endliches Alphabet. Auf Σ^* definieren wir eine neue partielle Abbildung $\circ$ wie folgt: $\lambda \circ \lambda = \lambda$ und $u \circ v = u'xv'$, falls $u = u'x$ und $v = xv'$ für ein $x \in \Sigma$. Ansonsten ist $u \circ v$ undefiniert. Für Teilmengen $U, V \subseteq \Sigma^*$ sei ferner

$$U \circ V \quad = \quad \{\, u \circ v \mid u \in U,\ v \in V \text{ und } u \circ v \text{ ist definiert} \,\}$$

und

$$U^\circ \quad = \quad \{\epsilon\} \cup \Sigma \cup U \cup (U \circ U) \cup (U \circ U \circ U) \cup \ldots$$

Die Menge der pseudo-regulären Mengen ist die kleinste Teilmenge der Potenzmenge von Σ^*, die die Mengen $\emptyset$, $\{\lambda\}$, $\{x\}$ und $x\Sigma$ für jedes x aus Σ, sowie mit je zwei Mengen U und V auch $U \circ V$, $U \cup V$ und U° enthält.

Zeigen Sie, dass jede reguläre Menge auch pseudo-regulär ist.

Aufgabe 3 *Bestimmung der Sprachklasse*

Es sei

$$L = \{a\}^+\{\, b^n c^n \mid n \geq 0 \,\} \cup \{b\}^*\{c\}^* = \{\, a^k b^m c^n \mid (m = n) \text{ oder } (k = 0 \text{ und } k, m, n \geq 0) \,\}.$$

(a) Für eine beliebige Teilmenge $L \subseteq \Sigma^*$ ist die syntaktische Kongruenz R_L wie folgt definiert: Für $u, v \in \Sigma^*$ gilt uR_Lv genau dann, wenn für alle $w, w' \in \Sigma^*$ die Beziehung $wuw' \in L \Leftrightarrow wvw' \in L$ gilt. Zeigen Sie mit Hilfe der syntaktischen Kongruenz R_L, dass die Sprache L *nicht* regulär ist.

(b) Lässt sich mittels des uvw-Theorems direkt zeigen, dass die Sprache L *nicht* regulär ist? Begründen Sie Ihre Antwort.