

Übungsbeispiele “Logik” W05

Blatt 4

Prof. Helmut Veith
Dipl.-Ing. Christian Schallhart
Dipl.-Inf. Johannes Kinder

1 CTL

Sind die folgenden Formeln gültig, unerfüllbar oder keines von beidem?

1. $(\mathbf{AG}p) \rightarrow (\mathbf{AG}\neg p)$.
2. $(\mathbf{AG}p) \rightarrow (\mathbf{AG}p)$.
3. $(\mathbf{AF}p) \rightarrow (\mathbf{EF}p)$.
4. $(\mathbf{AX}p) \rightarrow (\mathbf{EF}p)$.
5. $(\mathbf{AX}p) \rightarrow (\mathbf{EF}\neg p)$.

2 Äquivalenzen in CTL

1. Zeigen Sie, dass $\mathbf{A}[f \mathbf{U} g] \equiv \neg \mathbf{E}[\neg g \mathbf{U} (\neg g \wedge \neg f)] \wedge \neg \mathbf{EG}\neg g$
2. Zeigen Sie, dass es zu jeder CTL-Formel eine äquivalente CTL-Formel gibt, die neben den Operatoren der Aussagenlogik nur die Operatoren $\mathbf{EX}$, $\mathbf{EU}$ und $\mathbf{EG}$ enthält.

3 CTL* (*)

Geben Sie eine Kripke Struktur K, s an, so dass $K, s \models \mathbf{AFG} p$ aber $K, s \not\models \mathbf{AFAG} p$.

4 Ehrenfeucht-Fraïssé Spiele 1

Mit der Signatur $(<, A, B, C)$, wobei $<$ zweistellig ist und A, B, C einstellig sind, lassen sich in natürlicher Weise Wörter über dem Alphabet A, B, C durch Prädikatenlogik erster Stufe ausdrücken. Beispielsweise definiert die Formel $\forall x.A(x)$ alle Wörter die nur A enthalten, und die Formel

$$\forall x.B(x) \rightarrow \exists y.y > x \wedge A(y)$$

alle Wörter, in welchen nach jedem B noch ein A kommt.

Zeigen Sie mit Hilfe von EF-Spielen, dass die folgenden Eigenschaften nicht in Prädikatenlogik erster Stufe ausdrückbar sind:

1. Die Anzahl der A ist gleich der Anzahl der B .
2. Das Wort ist ein Palindrom.

5 Ehrenfeucht-Fraïssé Spiele 2

Zeigen Sie mit EF-Spielen, dass die folgenden Graph-Eigenschaften nicht in Prädikatenlogik erster Stufe ausdrückbar sind:

1. Der Graph ist ein Zyklus. (Anmerkung: Man kann sehr wohl ausdrücken, dass ein Graph eine disjunkte Vereinigung mehrerer Zyklen ist)
2. Der Graph ist ein Baum.