Komplexitätstheorie 2006
Blatt 4

Besprechung der Beispiele: 27. Juli 2006

1 Upward Translation

Zeigen Sie, dass durch $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ auch $\mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$ impliziert wird.

2 Abschlusseigenschaften von P und NP

Sei $\mathcal{C}$ eine Klasse von Entscheidungsproblem. Dann ist $\mathcal{C}$ geschlossen unter

- Vereinigung, wenn $L \cup K = \{x | x \in L \vee x \in K\}$ für alle $L, K \in \mathcal{C}$ wiederum in $\mathcal{C}$ liegt.
- Schnitt, wenn $L \cap K = \{x | x \in L \wedge x \in K\}$ für alle $L, K \in \mathcal{C}$ wiederum in $\mathcal{C}$ liegt.
- dem Kleenestern, wenn $L = \bigcup_{i>0} L^i$ für alle $L \in \mathcal{C}$ wiederum in $\mathcal{C}$ liegt, wobei $L^k = \{x_1 \bullet x_2 \bullet \ldots \bullet x_k | x_1, \ldots x_k \in L\}$ mit $\bullet$ als Konkatenationsoperator.

Wenn wir einen Unterschied hinsichtlich der Abschlusseigenschaften von $\mathbf{P}$ und $\mathbf{NP}$ nachweisen könnten, würden wir zeigen, dass $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$ gilt. Aber $\mathbf{P}$ und $\mathbf{NP}$ weisen in der Tat die gleichen Abschlusseigenschaften auf:

a. Zeigen Sie, dass **NP** unter Vereinigung, Schnitt und dem Kleenestern abgeschlossen ist.

b. Zeigen Sie, dass **P** unter Vereinigung, Schnitt und dem Kleenestern abgeschlossen ist. *Hinweis:* Benützen Sie Dynamik Programming, um zu zeigen, dass **P** unter dem Kleenestern abgeschlossen ist.

3 QBF ist AP-vollständig

Zeigen Sie, dass QBF **AP**-vollständig ist. Dadurch zeigen Sie letztlich $\mathbf{AP} = \mathbf{PSPACE}$, da QBF **PSPACE**-vollständig ist.

4 Reguläre Sprachen liegen in ALogTime

Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen in alternierender, logarithmischer Zeit entschieden werden können.

a. Zeigen Sie zuerst, wie Sie die Länge der Eingabe in deterministischer, logarithmischer Zeit errechnen können.

b. Nutzen Sie den Algorithmus vom vorigen Punkt, um nun eine beliebige reguläre Sprache zu entscheiden. Dafür können Sie einen Divide and Conquer Algorithmus entwickeln.